Trigonométrie – exercices

Algèbre

I. Cercle trigonométrique

1) Act. 1 p. 198 (S.) – *Découvrir le cercle trigonométrique* – Ch Ra Re ★★
2) Act. 3 p. 191 (V.) – *Bobine de fil* – Co ★
3) App. 24 p. 193 (L.) – *Radians en degrés* – Ra ★
4) App. 25 p. 193 (L.) – *Degrés en radians* – Ra ★
5) App. 1 p. 205 (S.) – *Placer des points* – Ra Re ★
6) App. 21 p. 208 (S.) – *Placer des points* – Ra Re ★
7) App. 22 p. 208 (S.) – *Placer des points* – Ra Re ★
8) App. 21 p. 208 (S.) – *Lire des points* – Ra Re ★
9) App. 21 p. 208 (S.) – *Lire des points* – Ra Re ★
10) App. 25 p. 208 (S.) – *Stationnement interdit* – Ra Re ★
11) App. 26 p. 208 (S.) – *Plusieurs tours* – Ra Re ★
12) App. 27 p. 208 (S.) – *Plusieurs tours* – Ra Re ★
13) Ex. 50 p. 195 (L.) – *Pentagone* – Ra Re ★★

II. Cosinus et sinus d'un angle orienté

14) Act. C p. 183 (L.) – *Une histoire de coordonnées* – Ch Re Ma ★★
15) Ex. 47 p. 210 (S.) – *Points associés* – Ra Re ★
16) App. 3 p. 205 (S.) – *Angles associés* – Ra Re ★
17) App. 4 p. 205 (S.) – *Angles associés* – Ra Re ★
18) App. 28 p. 208 (S.) – *Angles associés* – Ra Re ★
19) App. 29 p. 208 (S.) – *Angles associés* – Ra Re ★
20) App. 30 p. 208 (S.) – *Angles associés* – Ra Re ★
21) App. 31 p. 208 (S.) – *Points associés* – Ra Re ★★
22) Ex. 62 p. 197 (L.) – *Calculs* – Ca Ra ★★
23) Ex. 63 p. 197 (L.) – *Calculs* – Ca Ra ★★

III. Équations trigonométriques

24) App. 5 p. 206 (S.) – *Équation trigonométrique* – Ra Re ★
25) App. 6 p. 206 (S.) – *Inéquation trigonométrique* – Ra Re ★★
26) App. 7 p. 206 (S.) – *Équation trigonométrique* – Ra Re ★
27) App. 8 p. 206 (S.) – *Inéquation trigonométrique* – Ra Re ★★
28) Ex. 9 p. 206 (S.) – *Système d'inéquations* – Ra Re ★★
29) Ex. 10 p. 206 (S.) – *Système d'inéquations* – Ra Re ★★
30) Ex. 11 p. 206 (S.) – *Système d'inéquations* – Ra Re ★★
31) Ex. 12 p. 206 (S.) – *Système d'inéquations* – Ra Re ★★
32) Ex. 34 p. 193 (L.) – *Équation avec trigo* – Ca Ra Re ★★
33) Ex. 61 p. 211 (S.) – *Inéquations avec trigo* – Ca Ra Re ★★
34) Ex. 63 p. 211 (S.) – *Équations avec trigo* – Ca Ra ★★★

IV. Fonctions trigonométriques

35) Act. A p. 204 (L.) – *Découverte des fonctions* – Ra Re Ma ★★
36) Ex. 37 p. 209 (S.) – *Inéquations graphiques* – Ra Re ★★
37) Ex. 38 p. 209 (S.) – *Inéquations graphiques* – Ra Re ★★
38) App. 77 p. 206 (V.) – *Lecture de parités* – Ra Re ★
39) App. 78 p. 206 (V.) – *Lecture de parités* – Ra Re ★
40) Ex. 42 p. 209 (S.) – *Parités* – Ca Ra Re ★★
41) App. 40 p. 216 (L.) – *Compléter une fonction* – Ra Re ★★
42) App. 41 p. 216 (L.) – *Compléter une fonction* – Ra Re ★★
43) App. 42 p. 217 (L.) – *Compléter une fonction* – Ra Re ★★
44) Ex. 68 p. 212 (S.) – *Tangente* – Ca Ra Re ★★★

V. Bilan et problèmes

45) Prob. 50 p. 210 (S.) – *Codage* – Ra Re ★★
46) Prob. 51 p. 210 (S.) – *Codage* – Ra Re ★★★
47) Prob. 73 p. 205 (V.) – *VTT* – Ca Ch Ra Ma ★★
48) Prob. 75 p. 213 (S.) – *Inéquations et architecture* – Ra Re Ma ★★
49) Prob. 75 p. 220 (L.) – *Ressort* – Ra Ma ★★★
50) Prob. 99 p. 210 (V.) – *Tapis roulant* – Ch Ra Ma ★★★
51) Prob. 105 p. 212 (V.) – *Un pendule simple* – Ca Re Ma ★★

1 Découvrir le cercle trigonométrique



Un professeur d'éducation physique et sportive explique à ses élèves les objectifs de l'entraînement qu'il a prévu : courir le plus rapidement possible et s'arrêter immédiatement dès que retentit le coup de sifflet.

1. Dans cette partie, on suppose que la piste de course est un cercle ayant pour périmètre 1 000 mètres. Voici les distances parcourues relevées par le professeur.

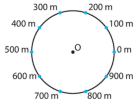
Élève	Aurélie	Benjamin	Capucine	Dorian	Éléonore	Fatima
Distance parcourue (en m)	700	500	1 200	1 700	1 350	1 600
Élève	Grégoire	Hamid	Iris	Julie	Katell	Lili
Distance parcourue (en m)	350	1 700	800	1 000	1 800	2 000

a) Recopier et compléter le schéma ci-contre en indiquant la place de chaque élève par son initiale.

b) Quels élèves se retrouvent à la même position sur la piste de course ? Pourquoi ?

c) Même question en supposant que la piste de course est un cercle ayant pour périmètre 200 m.

d) Donner un exemple de périmètre de piste pour lequel tous les participants se retrouveraient à la même position.



2. On suppose à présent que le cercle modélisant la piste de course a pour rayon 1 km et que le professeur a en charge une autre classe.
Pour toute cette question, on donnera les résultats arrondis à 0,1 km.

a) Déterminer la valeur exacte de la longueur de la piste.

b) Sachant qu'avant le coup de sifflet du professeur, aucun élève n'a fait plus d'un tour, préciser la distance parcourue par Cassandre, qui a couru 1 quart de piste, puis celle parcourue par Terry, qui a parcouru $\frac{2}{3}$ de piste.

c) De nouveaux relevés sont donnés dans le tableau ci-contre.
Tracer un cercle et y placer les élèves.

Élève	Nathan	Kenza	Célia	William
Distance parcourue (en km)	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{2}$

1 Découvrir le cercle trigonométrique



Un professeur d'éducation physique et sportive explique à ses élèves les objectifs de l'entraînement qu'il a prévu : courir le plus rapidement possible et s'arrêter immédiatement dès que retentit le coup de sifflet.

1. Dans cette partie, on suppose que la piste de course est un cercle ayant pour périmètre 1 000 mètres. Voici les distances parcourues relevées par le professeur.

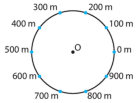
Élève	Aurélie	Benjamin	Capucine	Dorian	Éléonore	Fatima
Distance parcourue (en m)	700	500	1 200	1 700	1 350	1 600
Élève	Grégoire	Hamid	Iris	Julie	Katell	Lili
Distance parcourue (en m)	350	1 700	800	1 000	1 800	2 000

a) Recopier et compléter le schéma ci-contre en indiquant la place de chaque élève par son initiale.

b) Quels élèves se retrouvent à la même position sur la piste de course ? Pourquoi ?

c) Même question en supposant que la piste de course est un cercle ayant pour périmètre 200 m.

d) Donner un exemple de périmètre de piste pour lequel tous les participants se retrouveraient à la même position.



2. On suppose à présent que le cercle modélisant la piste de course a pour rayon 1 km et que le professeur a en charge une autre classe.
Pour toute cette question, on donnera les résultats arrondis à 0,1 km.

a) Déterminer la valeur exacte de la longueur de la piste.

b) Sachant qu'avant le coup de sifflet du professeur, aucun élève n'a fait plus d'un tour, préciser la distance parcourue par Cassandre, qui a couru 1 quart de piste, puis celle parcourue par Terry, qui a parcouru $\frac{2}{3}$ de piste.

c) De nouveaux relevés sont donnés dans le tableau ci-contre.
Tracer un cercle et y placer les élèves.

Élève	Nathan	Kenza	Célia	William
Distance parcourue (en km)	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{2}$

Indices :

1. a) Tous les ... on revient à zéro.
   b) Chercher un diviseur commun.
2. Périmètre d'un cercle.
3. Proportion du périmètre.
4. À nouveau, se repérer en proportion du périmètre.

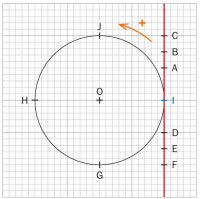
Avec une bobine et du fil



On veut enrouler un fil autour d'une bobine de rayon 1 cm.

Pour cela, on fixe le fil au point I de la bobine représentée en coupe ci-dessous à l'échelle 2:1.

1. Reproduire cette figure à la même échelle.



2. a. Si l'on enroule le fil (représenté par la droite (IA)) autour de la bobine dans le sens indiqué par la flèche, les points A, B et C du fil viennent se placer sur la bobine respectivement en A', B' et C'.
Placer approximativement ces trois points sur la bobine.

b. Si l'on enroule le fil autour de la bobine dans le sens inverse de celui indiqué par la flèche, les points D, E et F du fil viennent se placer sur la bobine respectivement en D', E' et F'.
Placer approximativement ces trois points sur la bobine.

3. En déroulant le fil enroulé autour de la bobine, les points J, H et G de la bobine correspondent respectivement aux points J_1, H_1 et G_1 sur le fil déroulé, représenté par la droite (IA). Placer approximativement ces trois points sur (IA).
Y a-t-il plusieurs possibilités ? Si oui, les préciser.

4. a. En quel point de la bobine viendrait se placer, par enroulement dans le sens indiqué par la flèche, le point M du fil si la longueur IM est égale à $\frac{11\pi}{2}$?

Aide Comparer $\frac{11\pi}{2}$ avec le périmètre ou demi-périmètre de la bobine.

b. En quel point de la bobine viendrait se placer, par enroulement dans le sens inverse de celui indiqué par la flèche, le point N du fil si la longueur IN est égale à $\frac{7\pi}{2}$?

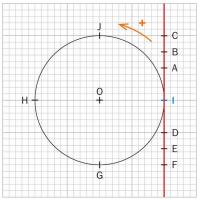
Avec une bobine et du fil



On veut enrouler un fil autour d'une bobine de rayon 1 cm.

Pour cela, on fixe le fil au point I de la bobine représentée en coupe ci-dessous à l'échelle 2:1.

1. Reproduire cette figure à la même échelle.



2. a. Si l'on enroule le fil (représenté par la droite (IA)) autour de la bobine dans le sens indiqué par la flèche, les points A, B et C du fil viennent se placer sur la bobine respectivement en A', B' et C'.
Placer approximativement ces trois points sur la bobine.

b. Si l'on enroule le fil autour de la bobine dans le sens inverse de celui indiqué par la flèche, les points D, E et F du fil viennent se placer sur la bobine respectivement en D', E' et F'.
Placer approximativement ces trois points sur la bobine.

3. En déroulant le fil enroulé autour de la bobine, les points J, H et G de la bobine correspondent respectivement aux points J_1, H_1 et G_1 sur le fil déroulé, représenté par la droite (IA). Placer approximativement ces trois points sur (IA).
Y a-t-il plusieurs possibilités ? Si oui, les préciser.

4. a. En quel point de la bobine viendrait se placer, par enroulement dans le sens indiqué par la flèche, le point M du fil si la longueur IM est égale à $\frac{11\pi}{2}$?

Aide Comparer $\frac{11\pi}{2}$ avec le périmètre ou demi-périmètre de la bobine.

b. En quel point de la bobine viendrait se placer, par enroulement dans le sens inverse de celui indiqué par la flèche, le point N du fil si la longueur IN est égale à $\frac{7\pi}{2}$?

Indices :

2 ❶ Essayer d'imaginer l'enroulement ou prendre un fil.
2 ❷ Même chose.

❸ On peut utiliser la proportion d'un périmètre.

4 ❶ Se repérer au périmètre du cercle.
4 ❷ Se repérer au périmètre du cercle.

24 Convertir les mesures suivantes en degré. Donner les valeurs exactes.

1. $\frac{\pi}{16}$ rad **2.** $\frac{\pi}{72}$ rad **3.** $\frac{\pi}{7}$ rad

24 Convertir les mesures suivantes en degré. Donner les valeurs exactes.

1. $\frac{\pi}{16}$ rad **2.** $\frac{\pi}{72}$ rad **3.** $\frac{\pi}{7}$ rad

Indices :

Utiliser la formule de conversion ou repasser par le périmètre (ou demi périmètre).

25 Convertir les mesures suivantes en radian.
Donner les valeurs exactes.

1. 75° **2.** 120° **3.** 405°

25 Convertir les mesures suivantes en radian. Donner les valeurs exactes.

1. 75° **2.** 120° **3.** 405°

Indices :
Utiliser la formule de conversion ou repasser par le périmètre (ou demi périmètre).

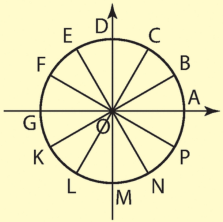
1 Placer sur un cercle trigonométrique les points E, F, G et H associés respectivement aux réels $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.

1 Placer sur un cercle trigonométrique les points E, F, G et H associés respectivement aux réels $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.

Indices :

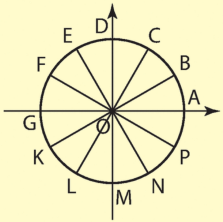
Un tour correspond à 2π.

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.

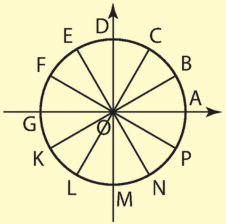


21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

Indices :
Un tour correspond à 2π.

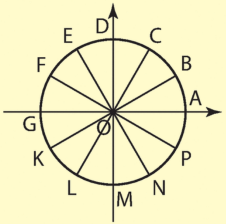
7) Exercice d'application 22 p. 208 (Sesamath) – *Placer des points* – Ra Re – ★

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



22 Déterminer des réels associés aux points C, F et K dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$.

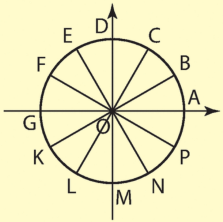
Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



22 Déterminer des réels associés aux points C, F et K dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$.

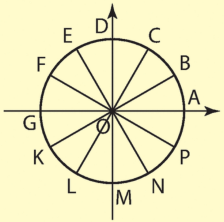
Indices :
Un tour correspond à 2π.

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.

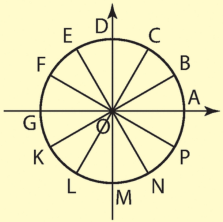


21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

Indices :
Un tour correspond à 2π.

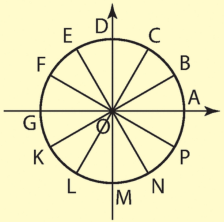
9) Exercice d'application 21 p. 208 (Sesamath) – *Lire des points* – Ra Re – ★

Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

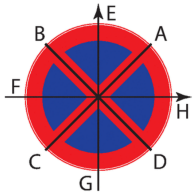
Pour les exercices 21 et 22, on considère le cercle trigonométrique ci-dessous.



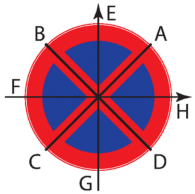
21 Associer chacun des nombres suivants à un point du cercle : $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$.

Indices :
Un tour correspond à 2π.

25 On considère le panneau de stationnement interdit ci-contre.
Déterminer le réel associé aux points suivants dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$: D, E, F, G et H.



25 On considère le panneau de stationnement interdit ci-contre.
Déterminer le réel associé aux points suivants dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$: D, E, F, G et H.



Indices :
Un tour correspond à 2π.

Pour les exercices 26 et 27, on considère un cercle trigonométrique de centre O dans un repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(– 1 ; 0) et B(0 ; – 1).

26 **1.** Donner les points du cercle associés à chacun des réels suivants.

a) 0 **b)** π **c)** 4π **d)** 56π

2. Donner les points du cercle associés aux réels suivants.

a) 155π **b)** 70π **c)** $-1\,043\pi$ **d)** -588π

Pour les exercices 26 et 27, on considère un cercle trigonométrique de centre O dans un repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(– 1 ; 0) et B(0 ; – 1).

26 **1.** Donner les points du cercle associés à chacun des réels suivants.

a) 0 **b)** π **c)** 4π **d)** 56π

2. Donner les points du cercle associés aux réels suivants.

a) 155π **b)** 70π **c)** $-1\,043\pi$ **d)** -588π

Indices :

Enlever ou ajouter autant de fois 2π que nécessaire pour se trouver avec des valeurs comprises entre 0 et 2π.

Pour les exercices 26 et 27, on considère un cercle trigonométrique de centre O dans un repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(– 1 ; 0) et B(0 ; – 1).

27 **1.** Donner les points du cercle associés à chacun des réels suivants.

a) $\frac{\pi}{2}$ **b)** $\frac{5\pi}{2}$ **c)** $\frac{11\pi}{2}$ **d)** $-\frac{13\pi}{2}$

2. Donner les points du cercle associés aux réels suivants.

a) $\frac{67\pi}{2}$ **b)** $-\frac{37\pi}{2}$ **c)** $\frac{498\pi}{2}$ **d)** $-\frac{117\pi}{2}$

a) $\frac{\pi}{2}$ **b)** $\frac{5\pi}{2}$ **c)** $\frac{11\pi}{2}$ **d)** $-\frac{13\pi}{2}$

Pour les exercices 26 et 27, on considère un cercle trigonométrique de centre O dans un repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(– 1 ; 0) et B(0 ; – 1).

27 **1.** Donner les points du cercle associés à chacun des réels suivants.

a) $\frac{\pi}{2}$ **b)** $\frac{5\pi}{2}$ **c)** $\frac{11\pi}{2}$ **d)** $-\frac{13\pi}{2}$

2. Donner les points du cercle associés aux réels suivants.

a) $\frac{67\pi}{2}$ **b)** $-\frac{37\pi}{2}$ **c)** $\frac{498\pi}{2}$ **d)** $-\frac{117\pi}{2}$

a) $\frac{\pi}{2}$ **b)** $\frac{5\pi}{2}$ **c)** $\frac{11\pi}{2}$ **d)** $-\frac{13\pi}{2}$

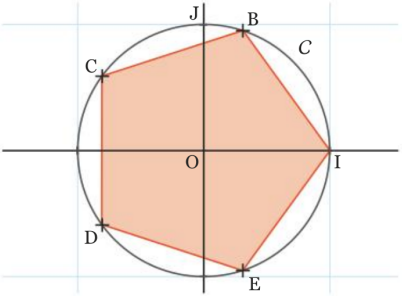
Indices :

Enlever ou ajouter autant de fois 2π que nécessaire pour se trouver avec des valeurs comprises entre 0 et 2π.

50 [Raisonner.]

On considère le cercle trigonométrique ci-dessous dans lequel est inscrit un pentagone régulier IBCDE.

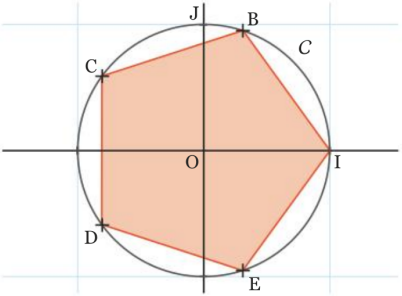
Donner, pour chaque sommet du pentagone, un réel qui lui est associé.



50 [Raisonner.]

On considère le cercle trigonométrique ci-dessous dans lequel est inscrit un pentagone régulier IBCDE.

Donner, pour chaque sommet du pentagone, un réel qui lui est associé.



Indices :

On peut découper un pentagone en 5 parts passant par le centre et les sommets, les angles au centre mesurent alors tous...

C Une histoire de coordonnées

Objectif Découvrir un nouveau type de repérage.



On sait repérer, à l'aide de coordonnées cartésiennes, des villes sur une carte.

Par exemple, le repère orthonormé ci-dessous (A) a pour origine Bordeaux et la droite reliant Bordeaux à Cherbourg est l'axe des ordonnées.

1 En utilisant ce repère, donner le plus précisément possible les coordonnées de Bordeaux, Nantes, Nancy et Clermont-Ferrand.

2 Sergei, grand amateur d'aviation, a entendu dire qu'il existait un autre système de coordonnées utilisé en navigation. Il s'agit des **coordonnées polaires**. Dans le repère ci-dessous (B), Bordeaux est toujours l'origine du repère et les coordonnées de Limoges sont $(2\,;30°)$.

a) Donner une explication de la lecture des coordonnées polaires en s'aidant de celles de Limoges et celles de Toulouse qui sont $(2\,;-45°)$.

AIDE

Il faut trouver la signification de chacun des deux nombres : quelle interprétation graphique peut-on leur donner ?

b) Déterminer les coordonnées polaires d'Amiens, de Cherbourg et de Besançon ainsi que la distance entre ces villes et Bordeaux.

c) Quel pourrait être l'intérêt des coordonnées polaires, par exemple pour la navigation en bateau ou en avion ?

3 À partir des coordonnées polaires de Limoges, comment peut-on retrouver les coordonnées cartésiennes en utilisant des formules simples de trigonométrie ?





Bilan Un point M a pour coordonnées cartésienne $(x\,;y)$ dans un repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$.
Comment retrouver ses coordonnées polaires $(r\,;\theta)$ où r est la distance à l'origine O et $\theta = \widehat{IOM}$?

14) Activité C p. 183 (LivreScolaire) — *– Une histoire de coordonnées –* — Ch Re Mo – ★★

C Une histoire de coordonnées

Objectif Découvrir un nouveau type de repérage.



On sait repérer, à l'aide de coordonnées cartésiennes, des villes sur une carte.
Par exemple, le repère orthonormé ci-dessous (A) a pour origine Bordeaux et la droite reliant Bordeaux à Cherbourg est l'axe des ordonnées.

1 En utilisant ce repère, donner le plus précisément possible les coordonnées de Bordeaux, Nantes, Nancy et Clermont-Ferrand.

2 Sergei, grand amateur d'aviation, a entendu dire qu'il existait un autre système de coordonnées utilisé en navigation. Il s'agit des **coordonnées polaires**. Dans le repère ci-dessous (B), Bordeaux est toujours l'origine du repère et les coordonnées de Limoges sont $(2\,;30°)$.

a) Donner une explication de la lecture des coordonnées polaires en s'aidant de celles de Limoges et celles de Toulouse qui sont $(2\,;-45°)$.

AIDE
Il faut trouver la signification de chacun des deux nombres : quelle interprétation graphique peut-on leur donner ?

b) Déterminer les coordonnées polaires d'Amiens, de Cherbourg et de Besançon ainsi que la distance entre ces villes et Bordeaux.

c) Quel pourrait être l'intérêt des coordonnées polaires, par exemple pour la navigation en bateau ou en avion ?

3 À partir des coordonnées polaires de Limoges, comment peut-on retrouver les coordonnées cartésiennes en utilisant des formules simples de trigonométrie ?





Bilan Un point M a pour coordonnées cartésienne $(x\,;y)$ dans un repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$.
Comment retrouver ses coordonnées polaires $(r\,;\theta)$ où r est la distance à l'origine O et $\theta = \widehat{IOM}$?

Indices :

1. 1. Abscisse et ordonnée.
   2. On s'oriente et on avance…
   3. Utiliser la même notation.
   4. L'angle permet de fixer le…
2. Projeter le point sur les deux axes puis repérer des triangles rectangles.

index

47 **1.** Tracer le cercle trigonométrique et placer le point A associé au réel $\frac{\pi}{3}$.

2. Placer le point B, symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

3. Placer le point C, symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

4. Placer le point D, symétrique de A par rapport à O.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$ puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

47 **1.** Tracer le cercle trigonométrique et placer le point A associé au réel $\frac{\pi}{3}$.

2. Placer le point B, symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

3. Placer le point C, symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

4. Placer le point D, symétrique de A par rapport à O.
Donner les réels associés à ce point dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$ puis dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

Indices :
Utiliser les propriétés du cours correspondantes.

3 À l'aide du cosinus $\frac{\pi}{4}$, déterminer le cosinus de $\frac{3\pi}{4}$ et de $-\frac{3\pi}{4}$.

3 À l'aide du cosinus $\frac{\pi}{4}$, déterminer le cosinus de $\frac{3\pi}{4}$ et de $-\frac{3\pi}{4}$.

Indices :

1. Symétrie centrale.
2. Symétrie axiale.

4 À l'aide du sinus de $\frac{\pi}{6}$, déterminer le sinus de $-\frac{\pi}{6}$ et de $-\frac{5\pi}{6}$.

4 À l'aide du sinus de $\frac{\pi}{6}$, déterminer le sinus de $-\frac{\pi}{6}$ et de $-\frac{5\pi}{6}$.

Indices :

1. Symétrie axiale.
2. Symétrie centrale.

28 **1.** À partir de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$, déterminer $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ puis $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

2. Même question avec $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

28 **1.** À partir de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$, déterminer $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ puis $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

2. Même question avec $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Indices :

1. Symétrie axiale.
2. Symétrie centrale.

29 **1.** À partir de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$, déterminer $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ puis $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

2. Même question avec $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

3. En déduire $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

29 **1.** À partir de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$, déterminer $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ puis $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

2. Même question avec $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

3. En déduire $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

Indices :

1. Symétrie axiale puis centrale.
2. Symétrie axiale puis centrale.
3. Symétrie axiale

30 **1.** À partir de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$, déterminer $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Même question avec $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

30 **1.** À partir de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$, déterminer $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Même question avec $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

Indices :
Symétrie centrale.

31 Placer sur le cercle trigonométrique les points associés aux réels suivants, puis déterminer le sinus et le cosinus de chaque réel.

a) $\frac{\pi}{6}$ **b)** $\frac{\pi}{4}$ **c)** $\frac{5\pi}{6}$

d) $\frac{13\pi}{6}$ **e)** $-\frac{3\pi}{4}$ **f)** $-\frac{11\pi}{3}$

21) Exercice d'application 31 p. 208 (Sesamath) – *Points associés* – Ra Re – ★★

31 Placer sur le cercle trigonométrique les points associés aux réels suivants, puis déterminer le sinus et le cosinus de chaque réel.

a) $\frac{\pi}{6}$ **b)** $\frac{\pi}{4}$ **c)** $\frac{5\pi}{6}$

d) $\frac{13\pi}{6}$ **e)** $-\frac{3\pi}{4}$ **f)** $-\frac{11\pi}{3}$

Indices :

1. Symétrie centrale.
2. Symétrie d'axe des abscisses.
3. Symétrie d'axe des ordonnées.
4. Symétrie par rapport à la diagonale.

62 [Calculer.]

Sans calculatrice, calculer et réduire au même dénominateur les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires.

1. $\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{-7\pi}{4}\right)$
2. $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \sin(2\pi) + \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\cos(-2018\pi) - \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
4. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

62 [Calculer.]

Sans calculatrice, calculer et réduire au même dénominateur les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires.

1. $\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{-7\pi}{4}\right)$
2. $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \sin(2\pi) + \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\cos(-2018\pi) - \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
4. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

Indices :

Utiliser le tableau de valeurs et les propriétés de symétrie.

63 [Calculer.]

Sans calculatrice, calculer les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires s'il y en a.

1. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{13}\right)+\sin^2\left(\frac{-\pi}{13}\right)$
2. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{6}\right)-\sin^2\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)-\cos(-\pi)$
4. $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}$

63 [Calculer.]

Sans calculatrice, calculer les expressions suivantes. On pourra s'aider du cercle trigonométrique et on indiquera les étapes intermédiaires s'il y en a.

1. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{13}\right)+\sin^2\left(\frac{-\pi}{13}\right)$
2. $\cos^2\left(\frac{-\pi}{6}\right)-\sin^2\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
3. $\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)-\cos(-\pi)$
4. $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}$

Indices :

Utiliser le tableau de valeur, les propriétés de symétrie ainsi que le théorème de pythagore dans sa version trigonométrique.

5 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos(\alpha) = \dfrac{1}{2}$.

5 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos(\alpha) = \dfrac{1}{2}$.

Indices :
Tracer la droite correspondante sur le cercle trigonométrique pour identifier les solutions.

25) Exercice d'application 6 p. 206 (Sesamath) – *Inéquation trigonométrique* – Ra Re – ★★

6 Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation $\cos(\alpha) \leqslant \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

25) Exercice d'application 6 p. 206 (Sesamath) – *Inéquation trigonométrique* – Ra Re – ★★

6 Résoudre sur $[0\,;\,2\pi[$ l'inéquation $\cos(\alpha) \leqslant \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Indices :

Tracer la droite correspondante sur le cercle trigonométrique pour identifier l'intervalle des solutions.

26) Exercice d'application 7 p. 206 (Sesamath) – *Équation trigonométrique* – Ra Re – ★

7 Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'équation $\sin(\alpha) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

7 Résoudre sur $[0\,;\,2\pi[$ l'équation $\sin(\alpha) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Indices :

Tracer la droite correspondante sur le cercle trigonométrique pour identifier les solutions.

27⟩ Exercice d'application 8 p. 206 (Sesamath) – *Inéquation trigonométrique* – Ra Re – ★★

8 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ l'inéquation $\sin(\alpha)<\dfrac{1}{2}$.

8 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ l'inéquation $\sin(\alpha) < \frac{1}{2}$.

Indices :

Tracer la droite correspondante sur le cercle trigonométrique pour identifier le ou les intervalles des solutions.

9 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \leqslant \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

9 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \leqslant \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Indices :

Deux méthodes :

1. Résoudre séparément chaque inéquation et prendre l'intersection des intervalles solutions.
2. Repérer sur le cercle trigonométrique les droites délimitant les solutions, et en déduire le ou les intervalles solutions.

10 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

10 Résoudre sur $]-\pi\,;\pi]$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Indices :

Deux méthodes :

1. Résoudre séparément chaque inéquation et prendre l'intersection des intervalles solutions.
2. Repérer sur le cercle trigonométrique les droites délimitant les solutions, et en déduire le ou les intervalles solutions.

11 Résoudre sur $[0\,;2\pi[$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \geqslant 0 \end{cases}$$

11 Résoudre sur $[0\,;2\pi[$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) \geqslant 0 \end{cases}$$

Indices :

Deux méthodes :

1. Résoudre séparément chaque inéquation et prendre l'intersection des intervalles solutions.
2. Repérer sur le cercle trigonométrique les droites délimitant les solutions, et en déduire le ou les intervalles solutions.

12 Résoudre sur $[0\,;2\pi[$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \geqslant 0 \\ \sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

12 Résoudre sur $[0\,;2\pi[$ le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} \cos(x) \geqslant 0 \\ \sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Indices :

Deux méthodes :

1. Résoudre séparément chaque inéquation et prendre l'intersection des intervalles solutions.
2. Repérer sur le cercle trigonométrique les droites délimitant les solutions, et en déduire le ou les intervalles solutions.

34 x est un réel tel que $\sin(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Donner toutes les valeurs possibles pour $3x$.

2. En déduire alors toutes les valeurs possibles pour x.

3. En déduire les solutions de l'équation $\sin(3x)$ sur l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$.

34 x est un réel tel que $\sin(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Donner toutes les valeurs possibles pour $3x$.
2. En déduire alors toutes les valeurs possibles pour x.
3. En déduire les solutions de l'équation $\sin(3x)$ sur l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$.

Indices :

1. Utiliser le cercle trigonométrique.
2. Résoudre toutes les équations $3x = \ldots$
3. Regrouper les solutions appartenant à l'ensemble demandé.

61 **1.** Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sqrt{2}\cos(x)<1$.

2. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sqrt{2}\sin(x)\geqslant\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

61 **1.** Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sqrt{2}\cos(x)<1$.

2. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sqrt{2}\sin(x)\geqslant\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Indices :

Se ramener à des inéquations trigonométriques puis résoudre à l'aide du cercle.

63 On considère l'équation suivante, d'inconnue réelle x :
(F) : $-\cos^2(x) - 2\sin(x) + 2 = 0$.

1. Montrer que résoudre (F) revient à résoudre l'équation d'inconnue réelle x, (G) : $\sin^2(x) - 2\sin(x) + 1 = 0$.

2. On pose $X = \sin(x)$. Résoudre l'équation $X^2 - 2X + 1 = 0$.

3. En déduire les solutions réelles de l'équation (F).

63 On considère l'équation suivante, d'inconnue réelle x :
(F) : $-\cos^2(x) - 2\sin(x) + 2 = 0$.

1. Montrer que résoudre (F) revient à résoudre l'équation d'inconnue réelle x, (G) : $\sin^2(x) - 2\sin(x) + 1 = 0$.

2. On pose $X = \sin(x)$. Résoudre l'équation $X^2 - 2X + 1 = 0$.

3. En déduire les solutions réelles de l'équation (F).

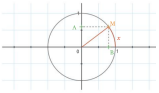
Indices :

1. Théorème de Pythagore dans le cercle trigonométrique.
2. Équation du second degré.
3. Changer à nouveau la variable et utiliser le cercle trigonométrique.

A Découverte des fonctions cosinus et sinus

À travers les définitions données et étudiées au chapitre précédent, nous allons aborder un point de vue fonctionnel de la trigonométrie.

Objectif Découvrir les fonctions cosinus et sinus, leur courbe représentative ainsi que leurs propriétés respectives.



Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit x un réel quelconque, on considère son point image M par enroulement de la droite numérique sur le cercle trigonométrique.

Les fonctions cosinus et sinus sont définies simplement en associant à chaque réel x le cosinus et le sinus de l'angle au centre associé.

1 Rappeler comment exprimer les coordonnées de M en fonction de x.
À quel intervalle appartient l'abscisse de M ? Et l'ordonnée de M ?

2 Quelles sont les coordonnées du point M', point image du réel $-x$?
On proposera deux écritures différentes.

3 En partant du point M associé à x, on effectue un tour complet du cercle trigonométrique dans le sens direct.

a) Sur quel point du cercle arrive-t-on ?

b) Justifier que le nombre $x+2\pi$ est associé à ce point.

c) Comparer alors $\cos(x)$ et $\cos(x+2\pi)$ ainsi que $\sin(x)$ et $\sin(x+2\pi)$.

4 Dans un repère orthogonal, on souhaite tracer les courbes C_1 et C_2 représentant respectivement les fonctions cosinus et sinus.

a) Justifier que C_1 est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

b) Quelle propriété graphique sur la courbe C_2 est justifiée par la question **3** ?

5 Comment traduire graphiquement les réponses données à la question **4** ?

6 En visite à Londres, Charly monte dans une cabine de la grande roue située au bas de celle-ci. On assimile la grande roue au cercle trigonométrique en prenant comme unité le rayon de celle-ci et comme origine son centre.

Charly effectue alors trois tours complets à vitesse constante. On s'intéresse à son altitude h en mètre en fonction du temps t en seconde.

À $t=0$, on a donc $h=-1$ dans le repère choisi.

a) Quelle sera l'altitude de Charly lorsqu'il aura effectué un quart de tour ? un demi-tour ? un tour complet ?

b) Quelle fonction trigonométrique peut modéliser la situation ? Justifier.

c) Comment peut-on interpréter les résultats de la question **5** dans ce contexte là ?

Bilan **Quelle propriété les fonctions cosinus et sinus ont-elles en commun ? Quelle propriété les sépare ?**

Aide

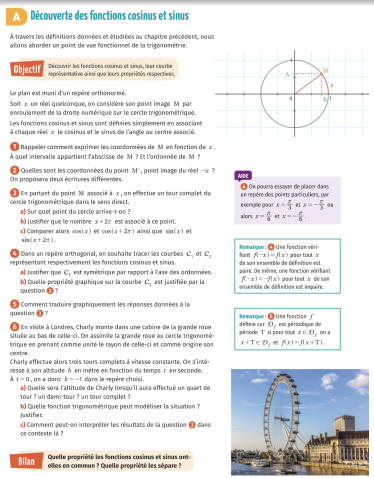
4 On pourra essayer de placer dans un repère des points particuliers par exemple pour $x=\frac{\pi}{3}$ et $x=-\frac{\pi}{3}$ ou alors $x=\frac{\pi}{6}$ et $x=-\frac{\pi}{6}$.

Remarque **4** Une fonction vérifiant $f(-x)=f(x)$ pour tout x de son ensemble de définition est paire. De même, une fonction vérifiant $f(-x)=-f(x)$ pour tout x de son ensemble de définition est impaire.

Remarque **5** Une fonction f définie sur $\mathcal{D}_f$ est périodique de période T si pour tout $x\in\mathcal{D}_f$ on a $x+T\in\mathcal{D}_f$ et $f(x)=f(x+T)$.



35) Activité A p. 204 (LivreScolaire) – *Découverte des fonctions* – Ra Re Mo – ★★



A Découverte des fonctions cosinus et sinus

À travers les définitions données et étudiées au chapitre précédent, nous allons aborder un point de vue fonctionnel de la trigonométrie.

Objectif Découvrir les fonctions cosinus et sinus, leur courbe représentative ainsi que leurs propriétés respectives.

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit x un réel quelconque, on considère son point image M par enroulement de la droite numérique sur le cercle trigonométrique.

Les fonctions cosinus et sinus sont définies simplement en associant à chaque réel x le cosinus et le sinus de l'angle au centre associé.

1 Rappeler comment exprimer les coordonnées de M en fonction de x.
À quel intervalle appartient l'abscisse de M ? Et l'ordonnée de M ?

2 Quelles sont les coordonnées du point M′, point image du réel $-x$?
On proposera deux écritures différentes.

3 En partant du point M associé à x, on effectue un tour complet du cercle trigonométrique dans le sens direct.
a) Sur quel point du cercle arrive-t-on ?
b) Justifier que le nombre $x+2\pi$ est associé à ce point.
c) Comparer alors $\cos(x)$ et $\cos(x+2\pi)$ ainsi que $\sin(x)$ et $\sin(x+2\pi)$.

4 Dans un repère orthogonal, on souhaite tracer les courbes C_1 et C_2 représentant respectivement les fonctions cosinus et sinus.
a) Justifier que C_1 est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
b) Quelle propriété graphique sur la courbe C_2 est justifiée par la question **3** ?

5 Comment traduire graphiquement les réponses données à la question **4** ?

6 En visite à Londres, Charly monte dans une cabine de la grande roue située au bas de celle-ci. On assimile la grande roue au cercle trigonométrique en prenant comme unité le rayon de celle-ci et comme origine son centre.
Charly effectue alors trois tours complets à vitesse constante. On s'intéresse à son altitude h en mètre en fonction du temps t en seconde.
À $t=0$, on a donc $h=-1$ dans le repère choisi.
a) Quelle sera l'altitude de Charly lorsqu'il aura effectué un quart de tour ? un demi-tour ? un tour complet ?
b) Quelle fonction trigonométrique peut modéliser la situation ? Justifier.
c) Comment peut-on interpréter les résultats de la question **3** dans ce contexte là ?

Bilan **Quelle propriété les fonctions cosinus et sinus ont-elles en commun ? Quelle propriété les sépare ?**

Aide

1 On pourra essayer de placer dans un repère des points particuliers, par exemple pour $x=\frac{\pi}{3}$ et $x=-\frac{\pi}{3}$ ou alors $x=\frac{\pi}{6}$ et $x=-\frac{\pi}{6}$.

Remarque : 4 Une fonction vérifiant $f(-x)=f(x)$ pour tout x de son ensemble de définition est paire. De même, une fonction vérifiant $f(-x)=-f(x)$ pour tout x de son ensemble de définition est impaire.

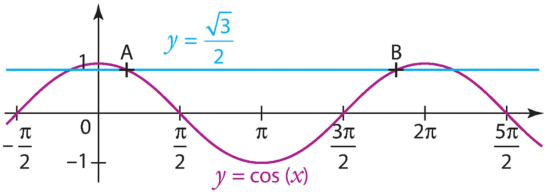
Remarque : 5 Une fonction f définie sur $\mathcal{D}_f$ est périodique de période T si pour tout $x\in\mathcal{D}_f$ on a $x+T\in\mathcal{D}_f$ et $f(x)=f(x+T)$.

Indices :

1. Trigonométrie.
2. Écriture par rapport à $-x$ et par symétrie, écriture par rapport à x.
3. Décalage d'un tour (périmètre).
4. 1. Parité écrite en (2).
   2. Périodicité…
5. Symétrie et translation.
6. L'altitude se lit sur l'axe des ordonnées, par projection, c'est donc le…

index

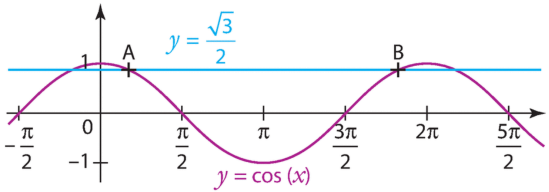
37 **1.** Donner les abscisses des points A et B.



2. Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'équation $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation $\cos(x) \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

37 **1.** Donner les abscisses des points A et B.



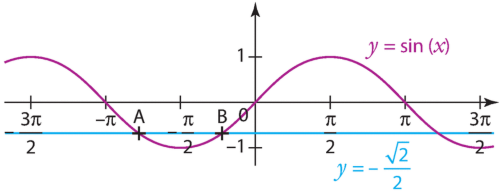
2. Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'équation $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$ l'inéquation $\cos(x) \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Indices :

1. Utiliser les valeurs du cercle trigonométrique.
2. Par lecture graphique, entre 0 et 2π.
3. Sous la courbe.

38 **1.** Donner les abscisses des points A et B.

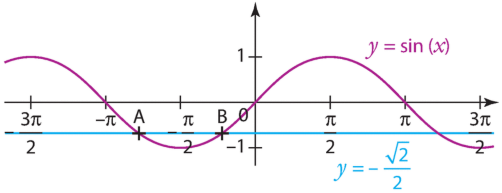


2. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'équation $\sin(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Déduire de l'abscisse du point A celle du point C.

38 **1.** Donner les abscisses des points A et B.



2. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'équation $\sin(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Résoudre sur $]-\pi\,;\,\pi]$ l'inéquation $\sin(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

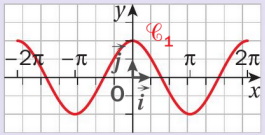
4. Déduire de l'abscisse du point A celle du point C.

Indices :

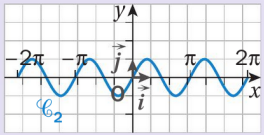
1. Utiliser les valeurs du cercle trigonométrique.
2. Par lecture graphique, entre $-\pi$ et π.
3. Au dessus de la courbe.
4. C'est l'intersection suivante après B.

77 Dans chaque cas, émettre une conjecture quant à la parité de la fonction représentée. Justifier.

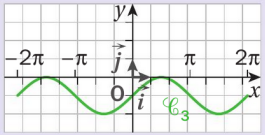
a.



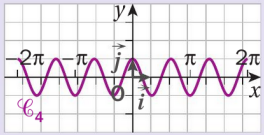
b.



c.

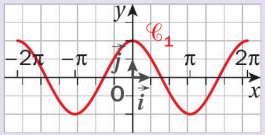


d.

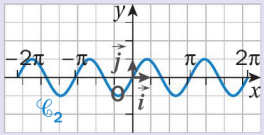


77 Dans chaque cas, émettre une conjecture quant à la parité de la fonction représentée. Justifier.

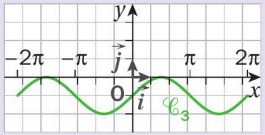
a.



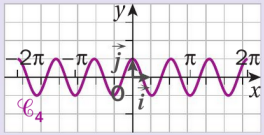
b.



c.



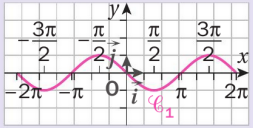
d.



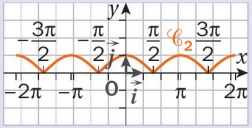
Indices :
Analyser les symétries.

78 Dans chaque cas, émettre une conjecture quant la périodicité de la fonction représentée. Justifier.

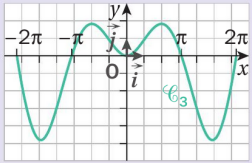
a.



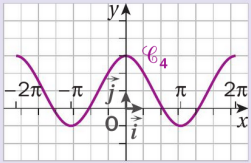
b.



c.

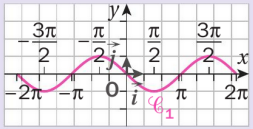


d.

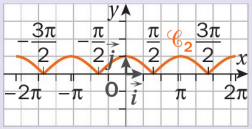


78 Dans chaque cas, émettre une conjecture quant la périodicité de la fonction représentée. Justifier.

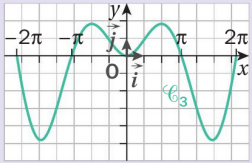
a.



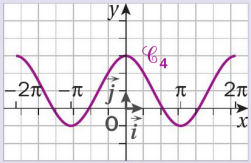
b.



c.



d.



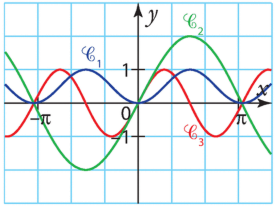
Indices :
Analyser les symétries.

42 Soit trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(2x)$; $g(x) = 2\sin(x)$ et $h(x) = \sin^2(x)$.

1. Montrer que f et g sont impaires.
Interpréter graphiquement.

2. Montrer que h est paire.
Interpréter graphiquement.

3. f, g et h sont représentées dans le repère ci-dessous.



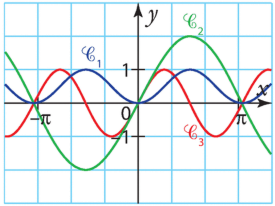
Associer à chaque fonction sa courbe représentative.
Justifier.

42 Soit trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(2x)$; $g(x) = 2\sin(x)$ et $h(x) = \sin^2(x)$.

1. Montrer que f et g sont impaires.
Interpréter graphiquement.

2. Montrer que h est paire.
Interpréter graphiquement.

3. f, g et h sont représentées dans le repère ci-dessous.



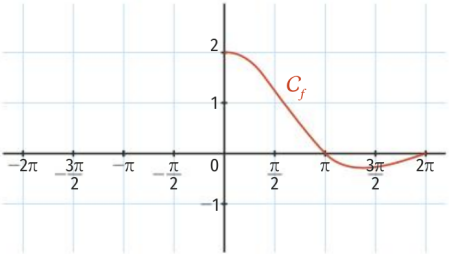
Associer à chaque fonction sa courbe représentative.
Justifier.

Indices :

1. $f(-x) = \ldots$
2. $h(-x) =$
3. Symétries.

40 [Représenter.]

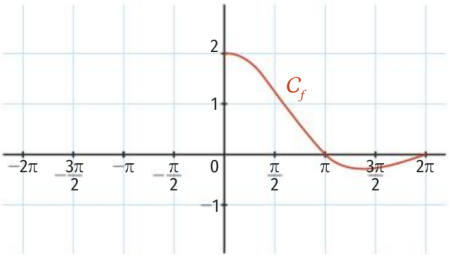
Sachant que la fonction f est une fonction paire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.



41) Exercice d'application 40 p. 216 (LivreScolaire) – *Compléter une fonction* – Ra Re – ★★

40 [Représenter.]

Sachant que la fonction f est une fonction paire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.



Indices :
Compléter par symétrie.

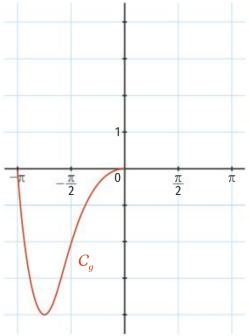
42) Exercice d'application 41 p. 216 (LivreScolaire)

– Compléter une fonction –

Ra Re – ★★

41 [Représenter.]

Sachant que la fonction g est une fonction impaire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-\pi\,;\pi]$.



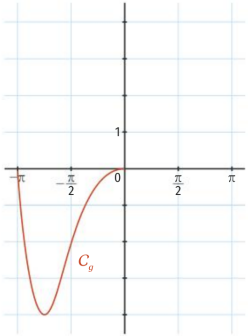
42) Exercice d'application 41 p. 216 (LivreScolaire)

– Compléter une fonction –

Ra Re – ★★

41 [Représenter.]

Sachant que la fonction g est une fonction impaire, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-\pi\,;\pi]$.

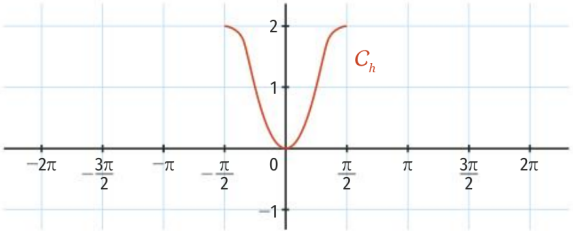


Indices :

Compléter par symétrie.

42 [Représenter.]

Sachant que la fonction h est une fonction π-périodique, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.



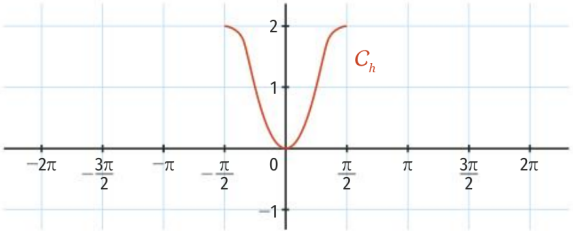
43) Exercice d'application 42 p. 217 (LivreScolaire)

– Compléter une fonction –

Ra Re – ★★

42 [Représenter.]

Sachant que la fonction h est une fonction π-périodique, recopier et compléter le graphe ci-dessous à main levée sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.



Indices :

Compléter par translation.

68 On considère la fonction tangente, notée tan, définie par $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$. On notera $\mathscr{C}_{\tan}$ sa courbe représentative.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(x) = 0$. En déduire le domaine de définition de la fonction tangente.

2. Montrer que tan est impaire. Interpréter graphiquement.

3. Montrer que tan est π-périodique. Interpréter graphiquement.

4. Recopier et compléter le tableau suivant.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				
$\tan(x)$				

5. Tracer la représentation graphique de tan sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{3\pi}{2}\right[$.

68 On considère la fonction tangente, notée tan, définie par $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$. On notera $\mathscr{C}_{\tan}$ sa courbe représentative.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(x) = 0$. En déduire le domaine de définition de la fonction tangente.

2. Montrer que tan est impaire. Interpréter graphiquement.

3. Montrer que tan est π-périodique. Interpréter graphiquement.

4. Recopier et compléter le tableau suivant.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				
$\tan(x)$				

5. Tracer la représentation graphique de tan sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{3\pi}{2}\right[$.

Indices :

1. Cercle trigonométrique puis tours de cercle et enfin on exclu les dénominateurs nuls.
2. $tan(-x) = ...$, symétrie.
3. $tan(\pi + x)$
4. À partir du tableau des fonctions sinus et cosinus.
5. Tracer sur $[0\,;\dfrac{\pi}{2}[$ puis par symétrie et par translation sur l'ensemble demandé.

45) Problème 50 p. 210 (Sesamath) – *Codage* – Ra Re – ★★

Pour les exercices 50 et 51 on utilisera le tableau suivant.

A	B	C	D	E	F	
0	$\frac{\pi}{13}$	$\frac{2\pi}{13}$	$\frac{3\pi}{13}$	$\frac{4\pi}{13}$	$\frac{5\pi}{13}$	
G	H	I	J	K	L	M
$\frac{6\pi}{13}$	$\frac{7\pi}{13}$	$\frac{8\pi}{13}$	$\frac{9\pi}{13}$	$\frac{10\pi}{13}$	$\frac{11\pi}{13}$	$\frac{12\pi}{13}$
N	O	P	Q	R	S	
π	$\frac{14\pi}{13}$	$\frac{15\pi}{13}$	$\frac{16\pi}{13}$	$\frac{17\pi}{13}$	$\frac{18\pi}{13}$	
T	U	V	W	X	Y	Z
$\frac{19\pi}{13}$	$\frac{20\pi}{13}$	$\frac{21\pi}{13}$	$\frac{22\pi}{13}$	$\frac{23\pi}{13}$	$\frac{24\pi}{13}$	$\frac{25\pi}{13}$

50 On souhaite coder un message en utilisant le procédé suivant :

- on relève la mesure de l'angle correspondant à la lettre à coder ;
- on rajoute $\frac{4\pi}{13}$ à cette mesure d'angle ;
- on relève la lettre correspondante à cette nouvelle mesure.

Par exemple la lettre B est codée par la lettre F, en effet $\frac{\pi}{13}+\frac{4\pi}{13}=\frac{5\pi}{13}$.

1. Coder le mot MATHS.
2. Décoder le mot GIVGPI.

Pour les exercices 50 et 51 on utilisera le tableau suivant.

A	B	C	D	E	F	
0	$\frac{\pi}{13}$	$\frac{2\pi}{13}$	$\frac{3\pi}{13}$	$\frac{4\pi}{13}$	$\frac{5\pi}{13}$	
G	H	I	J	K	L	M
$\frac{6\pi}{13}$	$\frac{7\pi}{13}$	$\frac{8\pi}{13}$	$\frac{9\pi}{13}$	$\frac{10\pi}{13}$	$\frac{11\pi}{13}$	$\frac{12\pi}{13}$
N	O	P	Q	R	S	
π	$\frac{14\pi}{13}$	$\frac{15\pi}{13}$	$\frac{16\pi}{13}$	$\frac{17\pi}{13}$	$\frac{18\pi}{13}$	
T	U	V	W	X	Y	Z
$\frac{19\pi}{13}$	$\frac{20\pi}{13}$	$\frac{21\pi}{13}$	$\frac{22\pi}{13}$	$\frac{23\pi}{13}$	$\frac{24\pi}{13}$	$\frac{25\pi}{13}$

50 On souhaite coder un message en utilisant le procédé suivant :

- on relève la mesure de l'angle correspondant à la lettre à coder ;
- on rajoute $\frac{4\pi}{13}$ à cette mesure d'angle ;
- on relève la lettre correspondante à cette nouvelle mesure.

Par exemple la lettre B est codée par la lettre F, en effet $\frac{\pi}{13}+\frac{4\pi}{13}=\frac{5\pi}{13}$.

1. Coder le mot MATHS.
2. Décoder le mot GIVGPI.

Indices :

- Placer les points sur un cercle trigonométrique.
- Décaler les points de la valeur donnée.

46) Problème 51 p. 210 (Sesamath) – *Codage* – Ra Re – ★★★

Pour les exercices 50 et 51 on utilisera le tableau suivant.

A	B	C	D	E	F	
0	$\frac{\pi}{13}$	$\frac{2\pi}{13}$	$\frac{3\pi}{13}$	$\frac{4\pi}{13}$	$\frac{5\pi}{13}$	
G	H	I	J	K	L	M
$\frac{6\pi}{13}$	$\frac{7\pi}{13}$	$\frac{8\pi}{13}$	$\frac{9\pi}{13}$	$\frac{10\pi}{13}$	$\frac{11\pi}{13}$	$\frac{12\pi}{13}$
N	O	P	Q	R	S	
π	$\frac{14\pi}{13}$	$\frac{15\pi}{13}$	$\frac{16\pi}{13}$	$\frac{17\pi}{13}$	$\frac{18\pi}{13}$	
T	U	V	W	X	Y	Z
$\frac{19\pi}{13}$	$\frac{20\pi}{13}$	$\frac{21\pi}{13}$	$\frac{22\pi}{13}$	$\frac{23\pi}{13}$	$\frac{24\pi}{13}$	$\frac{25\pi}{13}$

51 On souhaite coder un message en utilisant le procédé suivant :

- on relève la mesure de l'angle correspondant à la lettre à coder ;
- on multiplie par 3 puis on ajoute $\frac{5\pi}{13}$ à cette mesure d'angle ;
- on relève la lettre correspondante à cette nouvelle mesure.

Par exemple la lettre B est codée par la lettre I, en effet $3\times\frac{\pi}{13}+\frac{5\pi}{13}=\frac{3\pi}{13}+\frac{5\pi}{13}=\frac{8\pi}{13}$.

1. Coder le mot CRYPTER.
2. Décoder le mot ERKPI.
3. On change légèrement le procédé : au lieu d'ajouter $\frac{5\pi}{13}$, on enlève $\frac{21\pi}{13}$. Le codage est-il le même ? Pourquoi ?

46) Problème 51 p. 210 (Sesamath) – *Codage* – Ra Re – ★★★

Pour les exercices 50 et 51 on utilisera le tableau suivant.

A	B	C	D	E	F	
0	$\frac{\pi}{13}$	$\frac{2\pi}{13}$	$\frac{3\pi}{13}$	$\frac{4\pi}{13}$	$\frac{5\pi}{13}$	
G	H	I	J	K	L	M
$\frac{6\pi}{13}$	$\frac{7\pi}{13}$	$\frac{8\pi}{13}$	$\frac{9\pi}{13}$	$\frac{10\pi}{13}$	$\frac{11\pi}{13}$	$\frac{12\pi}{13}$
N	O	P	Q	R	S	
π	$\frac{14\pi}{13}$	$\frac{15\pi}{13}$	$\frac{16\pi}{13}$	$\frac{17\pi}{13}$	$\frac{18\pi}{13}$	
T	U	V	W	X	Y	Z
$\frac{19\pi}{13}$	$\frac{20\pi}{13}$	$\frac{21\pi}{13}$	$\frac{22\pi}{13}$	$\frac{23\pi}{13}$	$\frac{24\pi}{13}$	$\frac{25\pi}{13}$

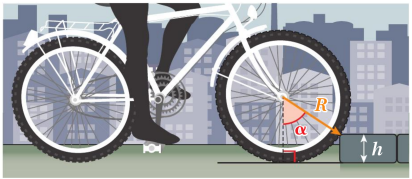
51 On souhaite coder un message en utilisant le procédé suivant :
• on relève la mesure de l'angle correspondant à la lettre à coder ;
• on multiplie par 3 puis on ajoute $\frac{5\pi}{13}$ à cette mesure d'angle ;
• on relève la lettre correspondante à cette nouvelle mesure.
Par exemple la lettre B est codée par la lettre I, en effet $3\times\frac{\pi}{13}+\frac{5\pi}{13}=\frac{3\pi}{13}+\frac{5\pi}{13}=\frac{8\pi}{13}$.

1. Coder le mot CRYPTER.
2. Décoder le mot ERKPI.
3. On change légèrement le procédé : au lieu d'ajouter $\frac{5\pi}{13}$, on enlève $\frac{21\pi}{13}$. Le codage est-il le même ? Pourquoi ?

Indices :

1. Effectuer le calcul pour chaque point et se décaler de 2π autant que nécessaire.
2. Même chose avec la fonction affine réciproque.
3. Décalage de 2π.

73 Jusqu'en 2012 le diamètre des roues des VTT Adulte était de 26 pouces. Depuis 2015, tous les constructeurs de VTT ont abandonné ce diamètre. Les vélos sont maintenant équipés de roues à 27,5 pouces ou de roues à 29 pouces. Lorsque la roue de rayon R rencontre un obstacle de hauteur h, le cycliste a un effort à produire pour franchir cet obstacle. Plus l'angle α est petit, moins l'effort est important.

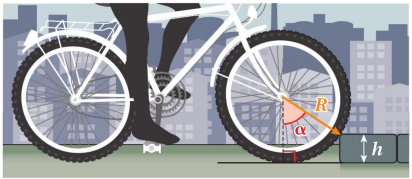


a. Pour une hauteur h de 8 pouces, calculer la mesure de l'angle α (en degrés) avec chacune des trois mesures de diamètre.

b. Interpréter les résultats obtenus.

47) Problème 73 p. 205 (Variations) – *VTT* – Ca Ch Ra Mo – ★★

73 Jusqu'en 2012 le diamètre des roues des VTT Adulte était de 26 pouces. Depuis 2015, tous les constructeurs de VTT ont abandonné ce diamètre. Les vélos sont maintenant équipés de roues à 27,5 pouces ou de roues à 29 pouces. Lorsque la roue de rayon R rencontre un obstacle de hauteur h, le cycliste a un effort à produire pour franchir cet obstacle. Plus l'angle α est petit, moins l'effort est important.



a. Pour une hauteur h de 8 pouces, calculer la mesure de l'angle α (en degrés) avec chacune des trois mesures de diamètre.

b. Interpréter les résultats obtenus.

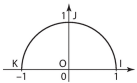
Indices :

1. Projeter le point de contact sur l'axe vertical et exprimer α en fonction des données.
2. Plus l'angle et grand, plus il faut faire d'efforts.

75 Inéquations et architecture

Un tennis club possède un gymnase de forme demi-cylindrique, dont un schéma en coupe est représentée ci-dessous. L'unité graphique est égale à 10 m.





1. On souhaite installer des gradins hauts de 5 m de chaque côté du court central situé à l'intérieur de ce gymnase.

a) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'équation $\sin(x)=\frac{1}{2}$.

b) En déduire les positions limites au sol des gradins.

c) On décide d'installer une guirlande lumineuse le long du plafond, d'un gradin à l'autre. Quelle longueur de guirlande va-t-on utiliser ?

2. On décide finalement d'installer une guirlande lumineuse horizontale longue de 10 m au plafond, de manière symétrique par rapport au sommet du gymnase.

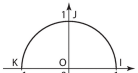
a) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'inéquation $-\frac{1}{2}\leqslant\cos(x)\leqslant\frac{1}{2}$.

b) On admet que la personne qui fixe la guirlande mesure 1,80 m et que ses bras ne doivent pas dépasser le haut de sa tête au moment de l'installation.
En déduire la hauteur minimale de l'échafaudage pour pouvoir exécuter cette manœuvre.

75 Inéquations et architecture

Un tennis club possède un gymnase de forme demi-cylindrique, dont un schéma en coupe est représentée ci-dessous. L'unité graphique est égale à 10 m.





1. On souhaite installer des gradins hauts de 5 m de chaque côté du court central situé à l'intérieur de ce gymnase.

a) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'équation $\sin(x)=\frac{1}{2}$.

b) En déduire les positions limites au sol des gradins.

c) On décide d'installer une guirlande lumineuse le long du plafond, d'un gradin à l'autre. Quelle longueur de guirlande va-t-on utiliser ?

2. On décide finalement d'installer une guirlande lumineuse horizontale longue de 10 m au plafond, de manière symétrique par rapport au sommet du gymnase.

a) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'inéquation $-\frac{1}{2}\leqslant\cos(x)\leqslant\frac{1}{2}$.

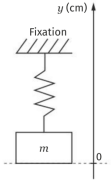
b) On admet que la personne qui fixe la guirlande mesure 1,80 m et que ses bras ne doivent pas dépasser le haut de sa tête au moment de l'installation.
En déduire la hauteur minimale de l'échafaudage pour pouvoir exécuter cette manœuvre.

Indices :

1. Utiliser le cercle trigonométrique.
   2. Le rayon n'est pas de 1 mais de 10, ici.
   3. Calculer la longueur d'arc en s'aidant des radians.
2. Utiliser le cercle trigonométrique.
3. La hauteur est donnée par le sinus, puis on soustrait.

75 EN PHYSIQUE [Modéliser.]

On suspend une masse m à un ressort. On note y la hauteur relative de la masse. La valeur $y = 0$ correspond à l'équilibre lorsque la masse est immobile.
On amène la masse à 10 cm de hauteur puis on la lâche. On suppose qu'il n'y a pas d'amortissement des oscillations. Les oscillations pour $t \geqslant 0$ (t en seconde) sont données par $y(t) = 10\cos(3t)$. On remarque qu'au temps $t_0 = 0$, on a $y(t_0) = 10$.

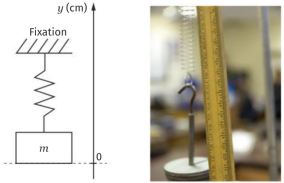




1. Pour quel temps t_1 la masse va passer pour la première fois par sa position d'équilibre $y = 0$?
2. Pour quel temps t_2 la masse va repasser pour la deuxième fois par sa position d'équilibre ?
3. Quelle est la période des oscillations de la masse ?
4. Quelle sera la hauteur maximale de la masse ? Et la hauteur minimale ?

75 EN PHYSIQUE [Modéliser.]

On suspend une masse m à un ressort. On note y la hauteur relative de la masse. La valeur $y = 0$ correspond à l'équilibre lorsque la masse est immobile. On amène la masse à 10 cm de hauteur puis on la lâche. On suppose qu'il n'y a pas d'amortissement des oscillations. Les oscillations pour $t \geqslant 0$ (t en seconde) sont données par $y(t) = 10\cos(3t)$. On remarque qu'au temps $t_0 = 0$, on a $y(t_0) = 10$.



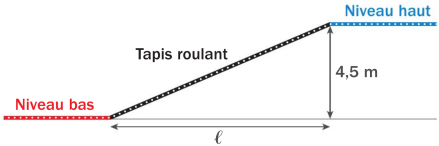
1. Pour quel temps t_1 la masse va passer pour la première fois par sa position d'équilibre $y = 0$?
2. Pour quel temps t_2 la masse va repasser pour la deuxième fois par sa position d'équilibre ?
3. Quelle est la période des oscillations de la masse ?
4. Quelle sera la hauteur maximale de la masse ? Et la hauteur minimale ?

Indices :

1. Première annulation de la fonction, donc de $\cos(3t)$.
2. Deuxième annulation.
3. Entre les deux, il y a une demi-période.
4. Quels sont les extremums de la fonction ?

99 Le tapis roulant — En groupe

Dans un aéroport en construction, un architecte souhaite installer un tapis roulant pour permettre au public de passer d'un niveau à l'autre en moins d'une minute.

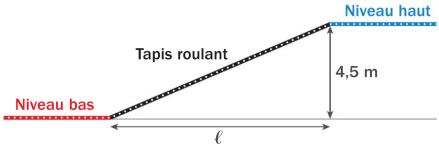


Le tapis roulant sélectionné, représenté ci-dessus, possède une vitesse de roulement de 0,8 m·s^{-1} et une pente maximale de 10 %. La distance entre les deux niveaux est de 4,5 m et on note ℓ la longueur au sol du niveau bas occupée par le tapis roulant.

- Donner un encadrement de la longueur ℓ pour que les contraintes soient satisfaites. On pourra utiliser un logiciel ou la calculatrice.

99 Le tapis roulant — En groupe

Dans un aéroport en construction, un architecte souhaite installer un tapis roulant pour permettre au public de passer d'un niveau à l'autre en moins d'une minute.



Le tapis roulant sélectionné, représenté ci-dessus, possède une vitesse de roulement de 0,8 m·s^{-1} et une pente maximale de 10 %. La distance entre les deux niveaux est de 4,5 m et on note ℓ la longueur au sol du niveau bas occupée par le tapis roulant.

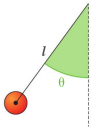
- Donner un encadrement de la longueur ℓ pour que les contraintes soient satisfaites. On pourra utiliser un logiciel ou la calculatrice.

Indices :

- Inéquations vérifiées par l dues à la vitesse.
- Remplacer par α grâce à la trigonométrie.
- Rajouter l'inéquation due à la pente.

105 Un pendule simple

Une caméra a permis de filmer le mouvement d'un pendule simple (une image toutes les 100 ms).

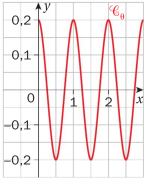


La mesure, image par image, de l'élongation angulaire $\theta(t)$, exprimée en radians, en fonction du temps t, exprimé en secondes, est définie par :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$$

où θ_m est l'élongation angulaire maximale et T_0 la période d'oscillation.

a. À l'aide de la courbe représentative de la fonction θ représentée ci-dessous, déterminer la valeur de θ_m et celle de T_0.



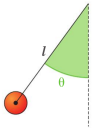
b. En déduire l'expression de l'élongation angulaire $\theta(t)$ de ce pendule en fonction de t.

c. Calculer la longueur l (en m) de ce pendule sachant que, pour ce type de pendule, on a :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ avec $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.

105 Un pendule simple

Une caméra a permis de filmer le mouvement d'un pendule simple (une image toutes les 100 ms).

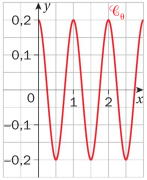


La mesure, image par image, de l'élongation angulaire $\theta(t)$, exprimée en radians, en fonction du temps t, exprimé en secondes, est définie par :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$$

où θ_m est l'élongation angulaire maximale et T_0 la période d'oscillation.

a. À l'aide de la courbe représentative de la fonction θ représentée ci-dessous, déterminer la valeur de θ_m et celle de T_0.



b. En déduire l'expression de l'élongation angulaire $\theta(t)$ de ce pendule en fonction de t.

c. Calculer la longueur l (en m) de ce pendule sachant que, pour ce type de pendule, on a :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ avec $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.

Indices :

1. Lecture graphique.
2. Remplacer dans la formule les valeurs du (1).
3. Résoudre l'équation.