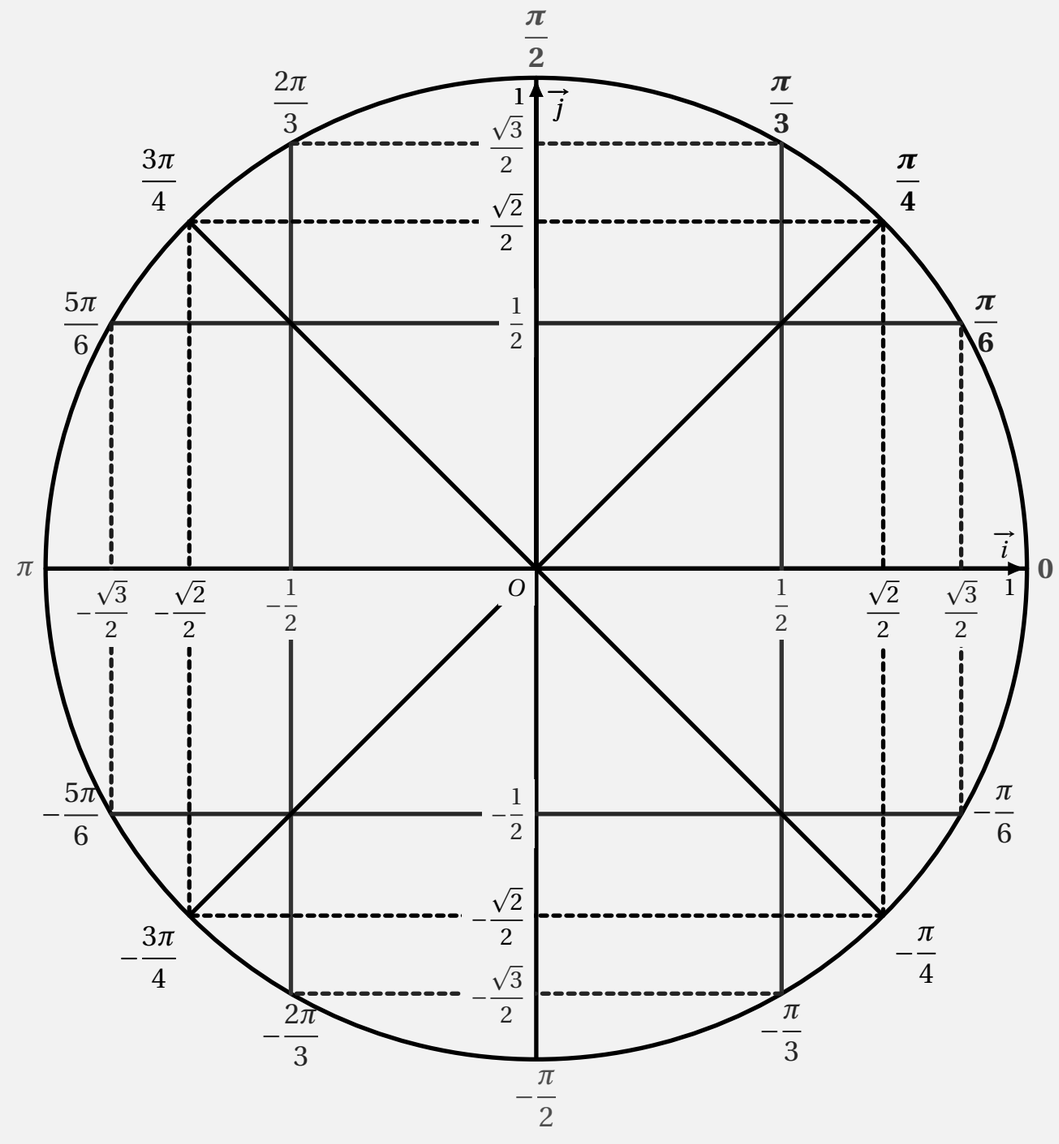
I. Cercle trigonométrique

Complétez le cercle ci-dessous, le plus précisément possible, avec les valeurs des angles remarquables et associés ainsi que de leur cosinus et sinus (il devrait y avoir 16 angles).

Correction



0 0,5
1 1,5
2 2,5
3 3,25

Ra Re

Bilan de l'exercice I

Ra Re — /3,25

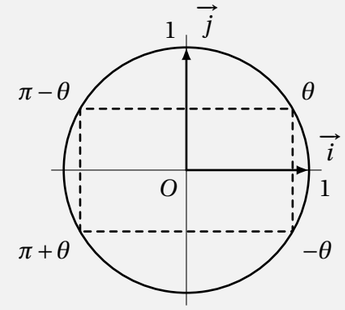
II. Schémas et formules

En illustrant par des schémas retrouvez les formules suivantes :

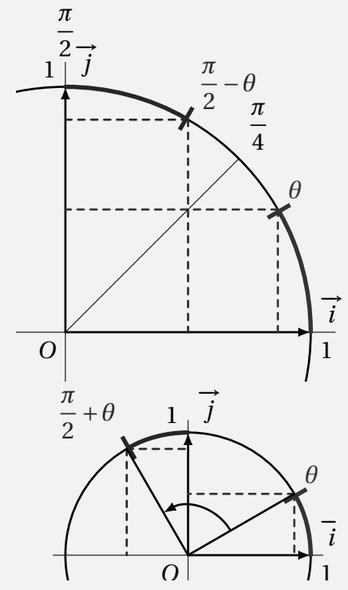
1. • $\cos(-\theta) = \ldots$ • $\cos(\pi - \theta) = \ldots$ • $\sin(\pi + \theta) = \ldots$
   • $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \ldots$ • $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \ldots$

Correction

- $\boldsymbol{\cos(-\theta) = \cos(\theta)}$
- $\boldsymbol{\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)}$
- $\boldsymbol{\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)}$



- $\boldsymbol{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)}$



- $\boldsymbol{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)}$

0 0,5
1 1,5
2 2,5

Ra Re

Bilan de l'exercice II

Ra Re — /2,5

III. Pour quelques points de plus

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ et I est le point de coordonnées $(1;0)$;

1. Placez sur le cercle trigonométrique suivant les points A, B, C, D et E tels que :

Correction

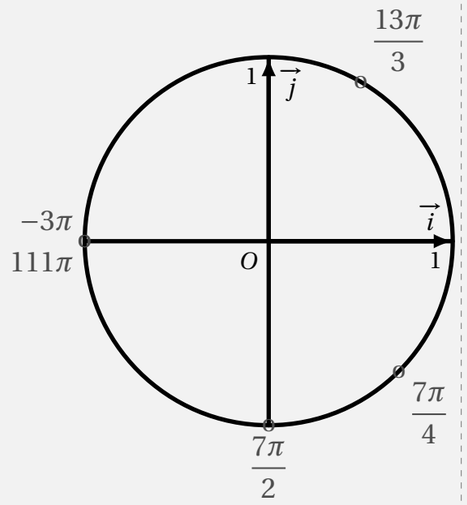
a. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}\right)=\dfrac{7\pi}{2}$

b. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}\right)=-3\pi$

c. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OC}\right)=\dfrac{13\pi}{3}$

d. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OD}\right)=\dfrac{7\pi}{4}$

e. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OE}\right)=111\pi$



0 0,5
1 1,25
Ra
Re

2. Complétez le tableau suivant :

Correction

x	mesure principale	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\dfrac{7\pi}{2}$	$-\dfrac{\pi}{2}$	0	-1
-3π	π	-1	0
$\dfrac{13\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\dfrac{7\pi}{4}$	$-\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
111π	π	-1	0

0 0,5
1 1,5
2 2,5
3
Ra
Re

Source : *Maths-cours*

Bilan de l'exercice III

Ra Re 4,25

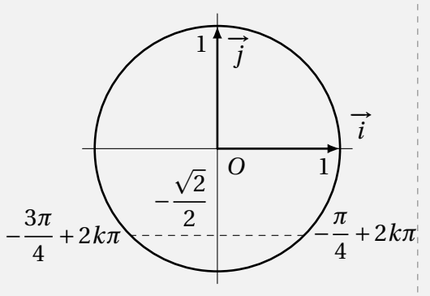
IV. Équations trigonométriques

En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\sin(x)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Correction

$$\sin(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\iff \quad x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \quad \text{ou} \quad x=-\frac{3\pi}{4}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$$



0 0,5
Ra
Re

2. $-\sin^2(x)+2\cos(x)+2=0$

Correction

- Comme $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ on a $-\sin^2(x)+2\cos(x)+2=0 \iff \cos^2(x)+2\cos(x)+1=0$
- Posons $X=\cos(x)$ alors : $\cos^2(x)+2\cos(x)+1=0 \iff X^2+2X+1=0$
- Soit par factorisation $(X+1)^2=0$ d'où $X=-1$
- Et donc, $\cos(x)=-1 \iff x=\boldsymbol{\pi+2k\pi}$

0 0,5
1
Ca
Ra
Re

Bilan de l'exercice IV

Ca Ra Re 1,5

V. Système trigonométrique

En s'aidant du cercle trigonométrique, résoudre sur $[0,;2\pi[$ le système d'inéquations suivante :

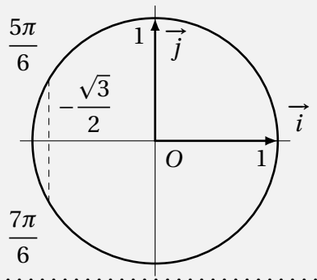
1. $\begin{cases} \cos(x) & \leqslant & -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) & \geqslant & 0 \end{cases}$

Correction

Sur $[0;2\pi[$:

$\cos(x) \leqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\iff \quad x \in \left[\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{7\pi}{6}\right]$



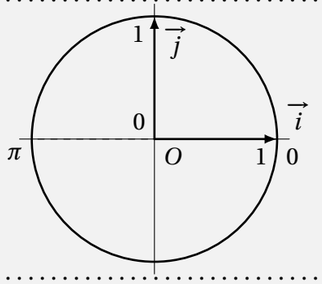
0 0,5
1 1,25

Ra
Re

Sur $[0;2\pi[$:

$\sin(x) \geqslant 0$

$\iff \quad x \in [0;\pi]$



- En combinant : $x \in \left[\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{7\pi}{6}\right] \cap [0;\pi] \iff \boldsymbol{x \in \left[\dfrac{5\pi}{6};\pi\right]}$

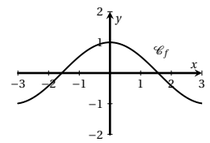
Bilan de l'exercice V

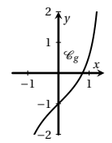
Ra Re

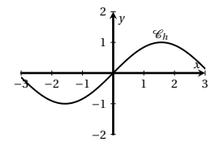
/1,25

VI. Luke, je suis impaire... – Derek Vador –

Pour chacune des fonctions suivantes, justifiez si elle est paire, impaire ou ni l'un ni l'autre :







Correction

- La fonction f est **paire** car sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- La fonction g n'est **ni paire ni impaire**, car sa courbe représentative n'est ni symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ni par rapport à l'origine.
- La fonction h est **impaire** car sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine.

0 0,75

Ra
Re

- $i(x) = 4x+2$
- $j(x) = \sin(2x)$
- $k(x) = \sin^2(x) - \cos(x)$

Correction

- $i(-1) = 4\times(-1)+2 = -4+2 = -2$ et $i(1) = 4+2 = 6$, comme $i(-1) \neq \pm i(1)$, **ni paire ni impaire**.
- $j(-x) = \sin(2\times(-x)) = -\sin(2x) = -j(x)$, la fonction j est **impaire** *(par imparité de la fonction sinus)*.
- $k(-x) = \sin^2(-x) - \cos(-x) = \sin^2(x) - \cos(x) = k(x)$, la fonction k est **paire** *(par parité des fonctions carrés et cosinus)*.

0 0,5
1 1,5

Ca
Ra

Bilan de l'exercice VI

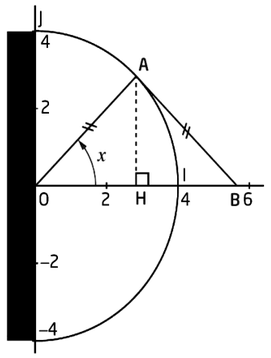
Ca Ra Re

/2,25

VII.Bras articulé

Énoncé :

Un bras articulé est formé de deux tiges de longueur 4 m : OA et AB. O est fixe, A décrit le demi-cercle de centre O et de rayon 4 m, B coulisse sur la demi-droite $[OI)$.
On note x la mesure en radians de l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}\right)$.



Questions :

1. Quelles sont les valeurs possibles de x?

Correction

Comme A décrit le demi-cercle de centre O et de rayon OI : $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{OI}}, \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}\right) \in \left[\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}}; -\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}}\right]$.

0 0,5

Mo

2. Exprimez OH, puis OB en fonction de x.

Correction

- Le triangle OHA est rectangle en H, donc $OH = OA\cos\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}\right) = \boldsymbol{4\cos(x)}$.
- H étant le milieu de OB : $OB = 2OH = \boldsymbol{8\cos(x)}$

0 0,5

Ra
Mo

3. Déterminez la (ou les) position(s) de A pour que $OB = 4$ m.

Correction

$$\begin{aligned} & OB = 4 \\ \iff & 8\cos(x) = 4 \\ \iff & \cos(x) = \frac{1}{2} \\ \iff & \boldsymbol{x = \frac{\pi}{3}} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{x = -\frac{\pi}{3}} \qquad \text{Car } x \in \left[\tfrac{\pi}{2}; -\tfrac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

Pour que $OB = 4$ cm, il faut que A soit tel que $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{OI}}, \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}\right) \in \left\{\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{3}}; -\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{3}}\right\}$.

0 0,5
1

Ca
Ra

4. Un objet est placé à 9 m de O; peut-on l'atteindre?

Correction

Non, on ne peut pas l'atteindre. Au maximum le bras mesure $2x = 8$ mètres lorsque l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}\right)$ est nul.

0 0,5

Mo

5. Déterminez l'intervalle auquel OB appartient.

Correction

Le minimum est atteint lorsque l'angle $\left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$, alors $OB = 2 \times 0 = 0$ cm.
Ainsi, $\boldsymbol{OB \in [0;8]}$.

0 0,5

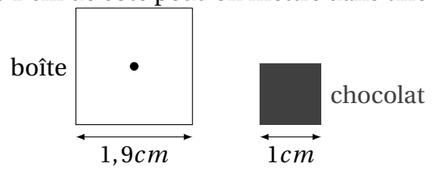
Ca
Ra

Bilan de l'exercice VII

Ca Ra Mo /3

Énigme bonus

Combien de chocolats carrés de 1 cm de côté peut-on mettre dans une boîte carrée de 1,9 cm de côté?



Pour la correction et plus encore, regardez https://www.youtube.com/watch?v=KcHJv4TlwMQ

Correction

On peut seulement en mettre un. Peut importe comment on place le chocolat, il couvre le point central, empêchant un autre chocolat de s'y placer.

0 0.5
1

Ch

Présentation

/2

★★★ Bilan du devoir ★★★

Ca Ra Re Mo /20